EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….**025**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze aria triunghiului cu lungimile laturilor 12, 5 și 13.

(4p) **b)** Să se calculeze distanța de la punctul $D(1,-2)$ la punctul $E(0,1)$.

(4p) **c)** Să se calculeze modulul numărului complex $z=-1-4i$.

(4p) **d)** Să se arate că punctele $L(1,2)$, $M(0,-1)$ și $N(2,5)$ sunt coliniare.

(2p) **e)** Să se calculeze perimetrul pătratului cu aria 100.

(2p) **f)** Să se calculeze $\cos x$, dacă $\sin x=\frac{1}{4}$, $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine restul împărțirii polinomului $f=2X^3-4X^2+5X-1$ la polinomul $X+1$.

(3p) **b)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $x\in\{0,1,2,3,4\}$ să verifice relația $2^x\le 10$.

(3p) **c)** Dacă funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x-2$ are inversa $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, să se calculeze $g(0)$.

(3p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale pozitive ecuația $\log_2(3x+5)=3$.

(3p) **e)** Să se calculeze suma cuburilor rădăcinilor polinomului $f=X^3+X$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^3+x-2007$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se arate că f este strict crescătoare pe $\mathbf{R}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to-2}\frac{f(x)-f(-2)}{x+2}$.

(3p) **d)** Să se rezolve în $\mathbf{R}$, ecuația $f'(x)=4$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

SUBIECTUL III (20p)

(4p) **a)** Să se verifice identitatea
$$xy-\frac{1}{xy}-\left(x+y-\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)=\frac{(x-1)(y-1)(xy-1)}{xy},\ \forall x,y\in \mathbf{R}^*.$$

(4p) **b)** Să se rezolve în $\mathbf{R}^*$ ecuația $x^3-\frac{1}{x^3}=x+x^2-\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}$.

(4p) **c)** Să se arate că $ab-\frac{1}{ab}\geq a+b-\frac{1}{a}-\frac{1}{b},\quad \forall a,b\in[1,\infty)$.

(2p) **d)** Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $\forall n\in \mathbf{N}^*, \forall a_1,a_2,...,a_n\in[1,\infty)$,

avem $a_1\cdot a_2\cdot...\cdot a_n-\frac{1}{a_1\cdot a_2\cdot...\cdot a_n}\geq a_1+a_2+...+a_n-\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_2}-...-\frac{1}{a_n}$.

(2p) **e)** Să se arate că, dacă $a,b,c\in[0,\infty)$, atunci

$2^{a+b+c}-2^{-a-b-c}\geq 2^a+2^b+2^c-2^{-a}-2^{-b}-2^{-c}$.

(2p) **f)** Să se arate că, dacă $x>y>0$, atunci $x-\frac{1}{x}>y-\frac{1}{y}$.

(2p) **g)** Să se arate că, dacă $a\in[1,\infty)$, atunci $a^n-\frac{1}{a^n}\geq n\left(a-\frac{1}{a}\right),\ \forall n\in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f_n:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, definite prin

$$f_0(x)=1 \text{ și } f_{n+1}(x)=\int_0^x f_n(t)dt,\ \forall n\in \mathbf{N},\ \forall x\in \mathbf{R}.$$

(4p) **a)** Să se arate că $f_1(x)=x,\quad \forall x\in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se calculeze $f_2(x),\quad x\in \mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se rezolve în $\mathbf{R}$ ecuația $f_1(x)+f_2(x)=0$.

(2p) **d)** Să se arate că $f_n(x)=\frac{x^n}{n!}, \forall x\in \mathbf{R}$.

(2p) **e)** Să se arate că $f'_{n+1}(x)=f_n(x), \forall x\in \mathbf{R},\quad \forall n\in \mathbf{N}$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f_3(x)}{f_2(x)}$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} f_n(1)$.